Géométrie dans l'espace

Soit a réel strictement positif.
On considère un carré $(ABCD)$ de l'espace euclidien dont la longueur des côtés est a.
On note $\mathcal{P}$ le plan du carré et $\mathcal{D}$ la droite perpendiculaire à $\mathcal{P}$ en A arbitrairement orienté.
Sur $\mathcal{D}$, on considère un point M différent de A et on pose $d = \overline{AM}$.

1. La perpendiculaire en M au plan du triangle (MBC) rencontre le plan $\mathcal{P}$ en un point R.

1.a Faire une figure réunissant les données précédentes où la droite $\mathcal{D}$ apparaît comme verticale.

1.b Montrer que R appartient à la droite (AB).

2. La perpendiculaire en M au plan du triangle (MCD) rencontre le plan $\mathcal{P}$ en un point S.

2.a Préciser le plan de réflexion échangeant R et S.

2.b En déduire que S appartient à la droite (AD) et donner la nature du triangle (ARS).

2.c Etablir que la droite (MC) est perpendiculaire au plan du triangle (MRS).

3. On note K le milieu du segment $[RS]$.

3.a Quel est le lieu géométrique du point K lorsque M décrit la droite $\mathcal{D}$ privée de A.

3.b La hauteur issue de A du triangle (MAK) rencontre le côté $[MK]$ en H.
Montrer que (AH) est la hauteur issue de A du tétraèdre $(ARMS)$.

3.c Conclure que H est l'orthocentre du triangle (MRS).